CARF ワーキングペーパー

CARF-J-051

日本株式市場におけるエンハンストアクティブ戦略

— アクティブ運用の分離定理と合成エンハンストアクティブ戦略—

東京大学大学院経済学研究科
小林孝雄
りそな信託銀行アセットマネジメント部
南聖治

2008 年 6 月

現在、CARF は AIG、シティグループ、第一生命、日本生命、野村ホールディングス、みずほフィナンシャルグループ、三井住友銀行、三菱東京 UFJ 銀行、明治安田生命（五十音順）から財政的支援をいただいております。CARF ワーキングペーパーはこの資金によって発行されています。

日本株式市場におけるエンハンストアクティブ戦略

― アクティブ運用の分離定理と合成エンハンストアクティブ戦略 ―

小林 孝雄
（東京大学大学院経済学研究科教授）

南　聖治
（りそな信託銀行アセットマネジメント部チーフクオンツアナリスト）

「日本株式市場におけるエンハンストアクティブ戦略」
―　アクティブ運用の分離定理と合成エンハンストアクティブ戦略　―

目次

概要

ベンチマークに勝つことを目指すアクティブ・ロングショート戦略（エンハンストアクティブ戦略、EA 戦略）について、「アクティブ運用の分離定理」が成り立つことを主張する。この定理は、取引費用や取引制約のない完全市場の下ではアクティブリターン／アクティブリスクの効率的フロンティアが直線となり、①個別銘柄アクティブウエイトの決定問題と、②レバレッジ比率の決定問題、が分離可能であるというものである。実務上よく用いられる運用制約を、分離定理を成立させる／させないで分類する。分離定理が成立すれば、効率的フロンティア上のポートフォリオの銘柄ウエイトとインフォメーション・レシオは、レバレッジ比率に関係なく一定となる。

EA 戦略の実現手法として海外ではプライムブローカレッジやエクイティスワップを活用する例が多いが、国内ではプライムブローカーによる信用供与の枠組が未成熟であるために、スキーム上の課題があるとされている。そこで本稿では、株価指数先物を活用して EA 戦略を実現する「合成エンハンストアクティブ戦略」を考え、現実に近い条件下でモンテカルロ・シミュレーションを実行して、現物株のみで EA 戦略を実現する場合のパフォーマンスと比較し、その有効性を検証する。

A Separation Theorem of Active Management
and Synthetic Enhanced Active Strategies

We propose a **Separation Theorem of Active Management.** It asserts that in the so-called Enhanced Active Portfolio framework the efficient frontier is linear in the active return/active risk space, and one can separate the determination of optimal active portfolio weights from the determination of optimal leverage ratio. The risk preference of investors does not play any role in the former decision. The theorem holds under a fairly general set of conditions on portfolio restrictions. As such it enlightens to understand how the optimal overall portfolio is determined under realistic portfolio constraints, and how, given a specification of a tracking error, the optimal leverage ratio is determined.

In Japan the enhanced prime brokerage structure, which enables the short-extension without borrowing on margin, is yet to come. An idea to overcome this institutional incompleteness is to use the futures contract to construct **Synthetic Enhanced Active Strategies**. A typical 130/30-enhanced active strategy is replaced by (1)100% long position in individual stocks, (2) (30+f)% long position in index futures, and (3)(30+f)% short position in individual stocks. We explain how this problem can be formulated as an optimal portfolio problem, and show that the synthetic strategy is very cost-effective as long as the required short-extension is not too large.

はじめに

エンハンストインデックス運用[1]は、インデックスからの乖離を一定の幅で許容することによって、インデックス運用を超えるアクティブリターン（アルファ）を狙う運用である。この運用の成否は、個別銘柄の割安・割高の存在とそれを時間的に修正する市場の効率性、ならびにそうした割安・割高銘柄を発掘するマネジャーの銘柄選択スキルにかかっている。また、バリュー・プレミアム、サイズ・プレミアム、信用リスク・プレミアムなどのリスクプレミアムの存在を、そうしたアクティブ運用の理論的根拠と考えることもできる。

TOPIX など広範な銘柄から構成される株価指数では、指数ポートフォリオに占める個々の銘柄のウエイトは、大きくても 5%程度、単純平均で見ればわずか 0.05%程度[2]である。したがって、一部の銘柄をインデックスからアンダーウエイトしようとしても、平均では 0.05%程度のアンダーウエイトしかできない。このロングオンリー制約に由来するアンダーウエイト側の制約を回避して一段大きいアルファを狙うのがエンハンストアクティブ運用であり、より直接的にショート・エクステンション戦略とも呼ばれる[3]。

現在、最も注目を集めているのは 130/30-エンハンストアクティブ戦略である。これは、100%の投資元本に対して、ロング銘柄をトータルで 130%、ショート銘柄をトータルで 30%のウエイトにして、マーケットエクスポージャーをフルに取る戦略である。こうすることで市場リスクプレミアムを享受するとともに、個別銘柄アルファやファクター・アルファを取りにいこうというのが、この戦略のフィロソフィーである。ショートポジションを許容するエンハンストアクティブ戦略は、ロングオンリーのエンハンストインデックス戦略よりも高いアクティブリスク当たりのアクティブリターン（インフォメーション・レシオ）を目指すことができる[4]。本稿では、この 130/30-エンハンストアクティブ戦略について、運

---

[1] アクティブリスクが１%程度のものに限定してエンハンストインデックス運用という場合があるが、本稿ではアクティブリスクの大きさに関係なくエンハンストインデックス運用と呼ぶことにする。
[2] 時価総額加重平均では 0.80%程度である。
[3] ショート許容戦略、アルファ・エクステンション戦略とも呼ばれる。
[4] 同じアクティブリスクレベル（4%程度）で両戦略を比較した場合。

用理論と具体的な運用技術の側面から議論する。

ロングショート運用に関する論文は最近数多く発表されているが、ここでは本稿と関連が深い重要な論文をいくつか挙げておく。Grinold and Kahn[2000]は、ロングオンリーの制約を緩和することによってどの程度運用効率が向上するかを、数値シミュレーションで示した。Clarke, de Silva and Thorley[2002]は「転写係数」（transfer coefficient）という概念を導入して Grinold[1989]による「アクティブ運用の基本法則」を一般化し、エンハンストアクティブ戦略の理論的基礎付けを行った。また、ロング・ショートポートフォリオ最適化問題の効率的な数値解法を研究した論文の代表は Jacobs-Levy-Markowitz[2005]である。

最適ポートフォリオの性質に関しては、Tobin[1958]が Markowitz の平均分散アプローチをベースに発見した「トービンの分離定理」が有名である。この定理は、最適ポートフォリオの決定問題を、最適なリスク資産ポートフォリオの決定問題と安全資産／リスク資産への資金配分問題に分離できることを主張した。同定理の実践的な意義は、最適な株式ポートフォリオの構築を投資家のリスク許容度への配慮から独立に行うことができることである[5]。

同種の分離定理が銘柄選択によるアクティブポートフォリオの構築においても成立することを最初に発見したのは Treynor-Black[1973]で、小林[1997]はこの Treynor-Black の分離定理を拡張して、バリューマネジャーやグロースマネジャーの運用能力の評価に用いた[6]。これをわれわれは「アクティブ運用の分離定理」と呼ぶ。この定理は、最適アクティブウエイトがアクティブリスク（トラッキングエラー）の設定値の影響を受けないことを主張した。しかしながら、上記に代表されるロングショート運用に関する一連の論文では、最適アクティブポートフォリオが持つこの理論的性質に注目したものはなく、与えられた運用

---

[5] 安全資産がない場合にもこの分離定理が成立することが知られている。これは「2 基金分離定理」と呼ばれる。この場合には、ポートフォリオ・リスクの調整は（安全資産／リスク資産の配分比率ではなく）2 個のポートフォリオ（高リスクポートフォリオと低リスクポートフォリオ）への資金配分比率の選択によって達成される。

[6] 数学的に言えば、後者は Treynor-Black がマーケットモデルをベースに導いた結論をマルチファクターモデルに拡張したものである。

制約の下で最適なアクティブウエイトを数値計算によって求めることだけに注意が注がれてきた。本稿では、「アクティブ運用の分離定理」をより一般的な条件下で提示する。この定理は、取引費用や取引制約のない完全市場の下ではアクティブリターン／アクティブリスクの効率的フロンティアが直線となり、①個別銘柄アクティブウエイトの決定問題と、②レバレッジ比率の決定問題、が分離可能であることを主張する。このとき、投資家のリスク選好度とアクティブウエイトの決定問題は独立である。また、所与のアクティブリスクの下で最適なレバレッジ比率が存在することを明らかにする。さらに、実務的な運用制約が複数与えられたときに、分離定理を成立させる運用制約だけを有効にして効率的フロンティアを求め、それによってポートフォリオのアクティブリスクを固定した上で追加的な運用制約を組み入れることによって、最適レバレッジ比率の選択などの実践的な課題に大変有益な示唆が得られることを示す。

本稿のもう一つの目的は、日本国内でエンハンストアクティブ戦略を実現する現実的な手法について論じることである。日本国内では、プライムブローカーによる信用供与の枠組が未成熟であるために、エンハンストアクティブ戦略を国内で実現するにはスキーム上の課題があるとされてきた。既にマーケットニュートラル戦略は、国内でも一般信用取引によるショートポジションを利用して実現しているのであるが、130/30 戦略の場合には 130%のロングポジション部分を低コストで実現することが難しいと指摘されてきた。本稿では、これを回避する方法として、100%を超えるロングポジション部分の構築に株価指数先物の買持ちを活用するアイデアを示す。また、指数先物を活用して 130/30 戦略を実現する「合成エンハンストアクティブ戦略」の具体的な最適化手法について考察するとともに、できるだけ現実に近い条件下でモンテカルロ・シミュレーションを実行して、現物株のみで 130/30 を実現する場合とパフォーマンスを比較する。

1 Equation Section (Next)ロング・ショートポートフォリオのリターン

ポートフォリオのリターンを $\tilde{R}_P$、個別銘柄のリターンを $\tilde{R}_i$、個別銘柄の投資ウエイトを w_i とするとき、ポートフォリオのリターン $\tilde{R}_P$ が

$$R_P = \sum_i w_i \tilde{R}_i \tag{1.1}$$

で与えられることは、誰もがファイナンスの教科書で学ぶ基礎知識である。このとき、ショート（空売り）する銘柄があればショート銘柄のウエイト w_i をマイナスにとればよいことや、ロング銘柄とショート銘柄を合わせてウエイトの合計が 1 になる（$\sum_i w_i = 1$）ことなどが教えられる。本稿では株式のロング・ショートポートフォリオについて実践的かつ実務的な考察を加えるが、話を始めるにあたって、制度的な諸条件を考えて(1.1)式の公式が拠って立つ基盤を吟味しておくことが必要になる。

投資元本 1 円に対して $L(\geq 0)$ 円分の株式をロング、$S(\geq 0)$ 円分の株式をショートするとして、できるだけ一般的な取引条件の下で、そのリターンを考えてみる。

ファイナンスの教科書では、ショートした株式の売却代金を使ってロング側の株式を買うことができるというように説明される。株式だけのポートフォリオで $\sum_i w_i = 1$ が成り立つとされる背後にはこの前提がある。しかし、現実には、ショートした株式の売却代金は担保に回さなければならないので、同資金を株式の購入代金に充てることはできない[7]。したがって、株式のロング・ショートポートフォリオで $\sum_i w_i = 1$ という等式は一般には成り立たない[8]。

---

[7] Jacobs-Levy[2006]によれば、米国などの「エンハンスト・プライムブローカレッジ」のスキームではこれが可能となっている。他方で、国内の一般信用取引では、空売りの売却代金を株式購入に使うことはできない。

[8] 例えば、1 億円の資金を拠出して銘柄 1 を買い、同時に銘柄 2 を 2 億円ショートするときは $w_1 = 1, w_2 = -2$ となり、$w_1 + w_2 = -1$ である。このとき、空売りで入る 2 億円の資金は担保に置かれて金利運用される。このリスクフリー金利での運用分を w_0 とすると、w_0 を勘定に入れてはじめてウエイト

いま、実務に即して、空売りで手元に入る資金は担保に差し入れてリスクフリー金利r_fを稼ぐものとし、また借株料は$100\,fee_S$パーセントとする。一方、ロングした株式はすべて貸株に回すものとして、その貸株料を$100\,fee_L$パーセントとする。株式ロング・ポートフォリオのリターンを$\tilde{R}_L$、株式ショート・ポートフォリオのリターンを$\tilde{R}_S$で表すと、株式ロング・ショートポートフォリオから得られるリターンは

$$L\left(\tilde{R}_L + fee_L\right) + S\left(-\tilde{R}_S + r_f - fee_S\right) \tag{1.2}$$

である。

つぎに現金のポジションであるが、$L > 1$のときには現金が不足するので、プライムブローカーから資金を借り入れる必要が生じる。借り入れる資金額を$B(\geq 0)$円、借入金利をr_bとすると、ポートフォリオ設定時の現金保有額は、証拠金勘定に置く現金を含めて$1 - L + B$円であるので、現金からのリターンは

$$r_f\left(1 - L + B\right) - r_b B \tag{1.3}$$

となる[9]。借入金利と運用金利が等しい（$r_b = r_f$）ときは現金からのリターンは$r_f\left(1 - L\right)$となり、借入額Bの大きさに依存しない。

以上より、ポートフォリオ全体から得られるリターンは(1.2)式と(1.3)式の合計になるが、これを次のように整理することができる：

$$r_f + L\left(\tilde{R}_L - r_f\right) + S\left(-\tilde{R}_S + r_f\right) - B\left(r_b - r_f\right) + \left(L \cdot fee_L - S \cdot fee_S\right) \tag{1.4}$$

借入金利と運用金利が等しく、借株料や貸株料が 0 のときは、(1.4)式は

$$r_f + L\left(\tilde{R}_L - r_f\right) + S\left(-\tilde{R}_S + r_f\right) \tag{1.5}$$

となる。

の合計が 1 になる（$w_0 + w_1 + w_2 = 1$）。

[9] 担保に差し入れた空売り株の売却代金に支払われる金利は(1.2)式に含まれているので、ここでの勘定には入らない。(1.3)式では、証拠金勘定に置く現金にもリスクフリー金利r_fが支払われるものと考える。

取引上の制約条件は、(L,S,B)の値の許容範囲として与えられる。例えば、資金の借り入れが許されず、かつロングオンリーの運用を行う場合、制約条件は$S=0, B=0$となる。ドル・ニュートラルで運用する場合は$L=S$、130/30 エンハンストアクティブ戦略では$L=1.30, S=0.30$である。また、投下資本がレバレッジ合計の半分以上という規制が適用される場合には、$1 \geq \frac{1}{2}(L+S)$である。

本稿では(1.4)式に基づいて議論を進めるが、ポートフォリオ・リターンの源泉を要因分解して考えるには、(1.4)式を次のように表すとよい：

$$r_f + (L-S)\left(\tilde{R}_L - r_f\right) + S\left(\tilde{R}_L - \tilde{R}_S\right) - B\left(r_b - r_f\right) + \left(L \cdot fee_L - S \cdot fee_S\right) \tag{1.6}$$

(1.6)式の第 1 項は貨幣の時間価値である。第 2 項はロング側ポートフォリオに投資することに対するリターン・プレミアムである。また、第 3 項はロング側ポートフォリオとショート側ポートフォリオの間のスプレッド・リスクを取ることに対するリターンである。第 4 項は借入金利と運用金利のスプレッド・コスト、第 5 項は貸株料の収入と借株料の費用の差額である。

$L>S$のとき、(1.6)式第 2 項の係数$(L-S)$はロング側ポートフォリオへのエクスポージャーを表す。ロングオンリー運用を行うファンドと比べて、ロング・ショート運用を行うファンドでは、このエクスポージャーがSの分だけ小さくなることが分かる。また、ドル・ニュートラル運用を行うファンドでは、このエクスポージャーは 0 になる。

ファンドがネット・ショート$(S>L)$の場合に同様の要因分解を行うには、(1.4)式を次のように表すとよい：

$$r_f + (S-L)\left(-\tilde{R}_S + r_f\right) + L\left(-\tilde{R}_S + \tilde{R}_L\right) - B\left(r_b - r_f\right) + \left(L \cdot fee_L - S \cdot fee_S\right) \tag{1.7}$$

例えば、この式から、$S=1$のショートオンリーの運用を行う投資家はリスクフリー金利を 2 度稼ぐことが分かる。また、$L=S$のドル・ニュートラル運用を行う場合は、リスクフリー金利を一度稼ぐことになる。

2　Equation Section (Next)完全市場と分離定理

この節では、(1)貸株・借株の手数料が 0 で、(2)借入金利と運用金利が等しく、(3)米国レギュレーション T のような取引制約もない、いわゆる完全市場の場合を考察する。

ロング銘柄のウエイト $w_{Li}(>0)$ とショート銘柄のウエイト $w_{Si}(>0)$ を一つの変数 w_i で表現し、ウエイト w_i を

$$w_i \equiv w_{Li} - w_{Si} \tag{2.1}$$

で定義する。このとき、ロング銘柄は $w_i > 0$、ショート銘柄は $w_i < 0$、ロングでもショートでもない銘柄は $w_i = 0$ となる。完全市場を想定する場合、個別銘柄のリターンを $\tilde{R}_i$ とすると、ポートフォリオのリターン $\tilde{R}_P$ を表す(1.5)式は、

$$\begin{aligned} \tilde{R}_P &= r_f + \sum_i w_{Li}\left(\tilde{R}_i - r_f\right) + \sum_i w_{Si}\left(-\tilde{R}_i + r_f\right) \\ &= r_f + \sum_{w_i>0} w_i\left(\tilde{R}_i - r_f\right) + \sum_{w_i<0}\left(-w_i\right)\left(-\tilde{R}_i + r_f\right) \\ &= r_f + \sum_i \left(\tilde{R}_i - r_f\right) w_i \end{aligned} \tag{2.2}$$

となる。そこで、ポートフォリオのリターンをリスクフリー金利 r_f に対する「超過リターン」$\tilde{r}_P (\equiv \tilde{R}_p - r_f)$ で捉えることにすると、(2.2)式より、

$$\tilde{r}_P = \sum_i \left(\tilde{R}_i - r_f\right) w_i = \sum_i \tilde{r}_i w_i \tag{2.3}$$

と簡潔に表される。ここで $\tilde{r}_i \equiv \tilde{R}_i - r_f$ は銘柄 i のリスクフリー金利に対する超過リターンである。なお、すでに述べたように $w_i > 0$ はロング銘柄、$w_i < 0$ はショート銘柄であるが、銘柄全体にわたるウエイトの合計は、今のところどんな数値になっても良い。これは、完全市場の想定の下では、不足資金はその額の大きさにかかわらず $r_b = r_f$ の金利で調達可能と考えているからである。

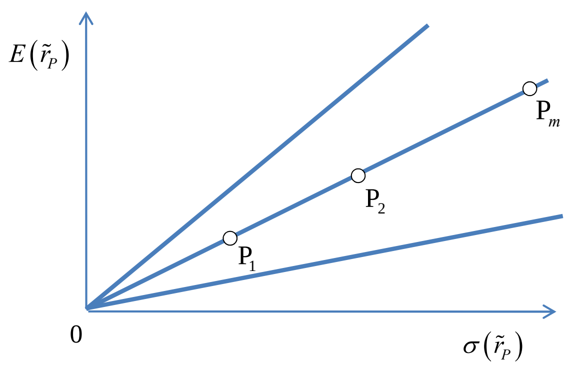
(2.3)式の両辺の期待値をとれば、ポートフォリオの期待リターンは

$$E\left(\tilde{r}_P\right)=\sum_i E\left(\tilde{r}_i\right)w_i \tag{2.4}$$

となる。また、ポートフォリオのリスク（標準偏差）は$\{\tilde{r}_i\}$の分散共分散行列$\left(s_{ij}\right)$を用いて、

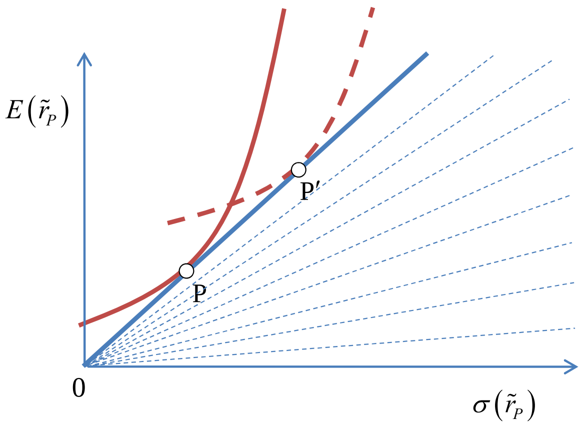
$$\sigma\left(\tilde{r}_P\right)=\sigma\left(\sum_i \tilde{r}_i w_i\right)=\sqrt{\sum_i\sum_j s_{ij}w_i w_j} \tag{2.5}$$

と書ける。今、個別銘柄の超過リターン$\{\tilde{r}_i\}$の期待値ベクトルと分散共分散行列を所与として、2 次元平面図にポートフォリオの超過リターンの期待値と標準偏差をプロットすることを考えてみる。図表 1 で、あるポートフォリオ$\left\{w_i^\circ\right\}$を表す P_1 点と、全保有銘柄のロングウエイト、ショートウエイトを 2 倍したポートフォリオ$\left\{2w_i^\circ\right\}$を表す P_2 点について考える。(2.4)式と(2.5)式を見れば、ポートフォリオの超過リターンの期待値と標準偏差はそれぞれ２倍になることが分かるので、P_2 点は原点と P_1 点と結ぶ線分 OP_1 を 2 倍に伸ばした位置に来る。同様に、任意の正数 m について、ウエイトを m 倍したポートフォリオ$\left\{mw_i^\circ\right\}$を表す P_m 点は原点とポートフォリオ$\left\{w_i^\circ\right\}$を表す P_1 点を結ぶ線分を P_1 方向に m 倍した位置に来る。このことから、ある点が表す期待値と標準偏差の組を実現するポートフォリオが存在するならば、原点とその点を結ぶ線分上ならびにその線分の延長線上に来るあらゆる点を実現するポートフォリオが存在することになる。



図表1. ロング・ショートポートフォリオのリスクとリターン

マーコビッツ=シャープ流の平均・分散アプローチに基づいて本節で仮定した状況をポートフォリオ最適化問題に持ち込むと、以上の考察から２つの重要な結論が得られる。第１に、効率的フロンティアは直線で与えられる。すなわち、実現可能なポートフォリオは原点から右方向に引いた直線群で表わされ、この直線群の中で一番上に来る直線が効率的フロンティアとなる。第２に、最適なポートフォリオの銘柄構成を求める問題と、最適なレバレッジ比率を決定する問題を分離して考えることができる。図表 2 に見るように、前者の最適ポートフォリオ問題は効率的フロンティアを求める問題に相当するので、その解は投資家のリスク選好（効用関数）とは独立に決定される。そして、投資家のリスク選好は、最適なレバレッジ比率にだけ反映される。以上の命題は「トービンの分離定理」としてよく知られている。



図表2. ロング・ショートポートフォリオの効率的フロンティア

、

3 Equation Section (Next)アクティブ運用の分離定理

次に、ファンドに TOPIX などのベンチマークが存在し、投資家がベンチマークに対するアクティブリターンに注目するベンチマーク運用について考える。このような場合、銘柄 i について、ベンチマークウエイト w_i^B に対するアクティブウエイト x_i を

$$x_i \equiv w_i - w_i^B \tag{3.1}$$

で定義する。ロングの保有ウエイト w_i がベンチマークウエイト w_i^B より大きいオーバーウエイト銘柄では $x_i > 0$ となり、ロングの保有ウエイトがベンチマークウエイトを下回る場合やショートの場合には $x_i < 0$ となる。

個別銘柄の超過リターン $\tilde{r}_i$ を

$$\tilde{r}_i = \beta_i \tilde{r}_B + \tilde{a}_i \tag{3.2}$$

のように、ベンチマーク成分（マーケット・ファクター）とそれに直交する成分（ノンマーケット・ファクター）に分解して表現する。$\tilde{r}_B$ はベンチマークの超過リターン、β_i は銘柄 i のマーケットベータである。このとき、残差部分のリターン $\tilde{a}_i$ を銘柄 i の「アクティブリターン」と呼ぶことにする[10]。

ポートフォリオ P の超過リターンを $\tilde{r}_P = \sum_i \tilde{r}_i w_i$ 、マーケットベータを $\beta_P \equiv \sum_i \beta_i w_i$ 、アクティブリターンを $\tilde{a}_P \equiv \sum_i \tilde{a}_i w_i$ と定義すると、(3.2)式より

$$\tilde{r}_P = \beta_P \tilde{r}_B + \tilde{a}_P \tag{3.3}$$

という関係式が得られる。これは、ポートフォリオのリターンを(3.2)式と同様にベンチマーク成分とそれに直交する成分に分解する式である。

ベンチマーク・ポートフォリオ B について上と同じ操作を行うと、

$$\tilde{r}_B = \beta_B \tilde{r}_B + \tilde{a}_B \tag{3.4}$$

となるが、ベンチマークをマーケットポートフォリオにする場合は、$\beta_B \equiv \sum_i \beta_i w_i^B = 1$、$\tilde{a}_B \equiv \sum_i \tilde{a}_i w_i^B = 0$ となる。この最後の関係式を利用して、ポートフォリオ P のアクティブリ

[10] (3.2)式はいわゆる「マーケットモデル」の形をしているが、今の段階では株式のリターンをマーケット方向の成分とそれに直交する成分に分解しただけで、株式リターンの生成に関して何らかのモデルを仮定したわけではない。アクティブリターンのベクトル $\left\{\tilde{a}_i\right\}$ が互いに直交すると仮定すれば、「マーケットモデル」という限定されたリターン生成モデルを仮定したことになる。5 節の数値例では後者の仮定を置いて計算を行う。なお、(3.2)式で $\beta_i \equiv 1$ とおくと、アクティブリターンを $\tilde{r}_i - \tilde{r}_B$ で、トラッキングエラーを $\sigma\left(\tilde{r}_i - \tilde{r}_B\right)$ で定義することになる。この簡便な定義を用いても、130/30-EA 戦略のように(4.5)式で与えられるフルマーケット・エクスポージャーの条件を満たすポートフォリオに話を限定する限り、以降の議論は影響を受けない。

ターンを

$$\tilde{a}_P = \sum_i \tilde{a}_i \left(w_i - w_i^B \right) = \sum_i \tilde{a}_i x_i \tag{3.5}$$

と表す。

(3.5)式は(2.3)式でウエイト w_i をアクティブウエイト x_i に置き換えたものにすぎないので、(2.4)式、(2.5)式以下で行ったのと同じ議論の展開が可能である。まず、アクティブリターンの期待値は

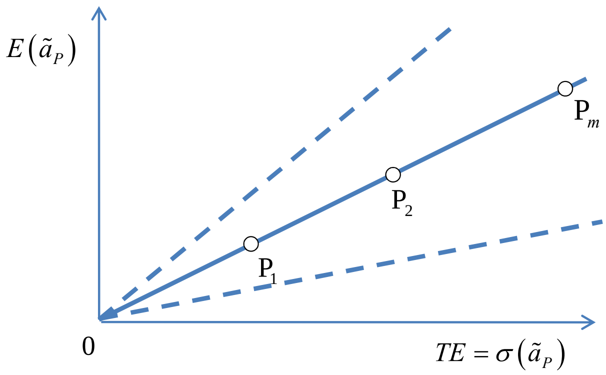
$$E\left(\tilde{a}_P\right) = \sum_i E\left(\tilde{a}_i\right) x_i \tag{3.6}$$

と与えられる。一方、アクティブリターンの標準偏差は「アクティブリスク」、あるいは「トラッキグエラー」と呼ばれる。以下ではこれを TE と書くことにする。すなわち、

$$TE \equiv \sigma\left(\tilde{a}_P\right) = \sigma\left(\sum_i \tilde{a}_i x_i \right) = \sqrt{\sum_i \sum_j \sigma_{ij} x_i x_j} \tag{3.7}$$

である。ここで、$\left(\sigma_{ij}\right)$ は $\left\{\tilde{a}_i\right\}$ の分散共分散行列である。

(2.4)式と(2.5)式をそれぞれ(3.6)式、(3.7)式と照合すれば、どちらの式もウエイト $\left\{w_i\right\}$ をアクティブウエイト $\left\{x_i\right\}$ で置換えているにすぎないことが分かる。そこで、$\left\{\tilde{a}_i\right\}$ の期待値ベクトルと分散共分散行列を所与として、2 次元平面図にポートフォリオのアクティブリターンの期待値と TE をプロットすると、図表 3 に示すように、実現可能なポートフォリオは原点から右方向に引いた直線群で表わされる。よって、アクティブリターンとアクティブリスクの効率的フロンティアは、この直線群の中で一番上に来る直線となる。



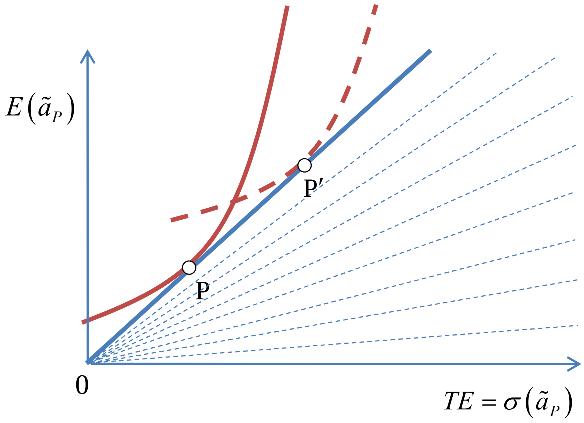
図表3. 対ベンチマーク・アクティブ運用のリスクとリターン

このことから、次の分離定理を得る。

【アクティブ運用の分離定理】

ベンチマークに対するアクティブ運用でショートポジションが許される場合、アクティブリターンとアクティブリスクの平面上で効率的フロンティアが直線になる。そして、最適なポートフォリオのアクティブウエイトを求める問題と最適なレバレッジ比率を決定する問題を分離できる。前者の最適ポートフォリオ問題の解は投資家のリスク選好（効用関数）とは独立に決定され、投資家のリスク選好は最適なレバレッジ比率にだけ反映される[11]（図表 4 参照）。

[11] Treynor-Black[1973]は、株式リターンがマーケットモデルによって生成されるという仮定の下で最適アクティブウエイトを数式的に求め、その結果から分離定理が成立することを発見した。これに対して、本稿で主張する分離定理は幾何学的な直観に基づいて構成されているので、リターン生成モデルの仮定とは独立に成立する。本文で説明しているように、アクティブリターン／アクティブリスクの平面上で効率的フロンティアが原点を通る直線になるというのが、われわれの分離定理のエッセンスである。ちなみに、トータルリターン／トータルリスクの平面上では、「2 基金分離定理」は成立するものの、効率的フロンティアは直線にはならない。筆者達が知る範囲では、本稿で用いた証明のロジックを最初に発見したのは小林[1998]である。同論文では、為替リスクを含んだグローバル投資の場面に同じロジックを適用して、「国際分散投資の分離定理」を発見した。



図表4. 対ベンチマーク・アクティブ運用
の効率的フロンティア

上記の分離定理は、あるポートフォリオのアクティブウエイト$\{x_i\}$が投資家に課せられた制約条件を全部満たすとき、アクティブウエイトをm倍（ただしmは任意の正数）したポートフォリオ$\{mx_i\}$も制約条件を全部満たすことが前提になっている。ロングオンリーの運用の場合、この前提条件は満たされない。例えば、ベンチマークにおけるウエイトが3%を占める銘柄kに全く投資しないポートフォリオQを考えると、$x_k=-0.03$（3パーセント・ポイントのアンダーウエイト）である。このポートフォリオのアクティブウエイトを$m(>1)$倍したポートフォリオQ_mを考えると、銘柄kは$-0.03m$のアクティブウエイトとなるが、これは銘柄kを$0.03(m-1)$ウエイト分空売りしている状態を示す。よってポートフォリオQがロングオンリーのポートフォリオであっても、ポートフォリオQ_mは銘柄kについてショートポジションをとるポートフォリオとなり、空売り禁止の制約条件を満たさない。言い換えると、ロングオンリーの運用を考える場合には上記の分離定理は成立しないことが分かる。

4 Equation Section (Next)運用制約と分離定理

完全市場においては、ベンチマークに対するアクティブ運用でショートポジションを許容する場合に分離定理が成立つ。しかし、実際のファンドではポートフォリオの構築にあ

たって各種の実務的な運用制約が課せられることが多い。これらの運用制約には、①効率的フロンティアが直線のままで分離定理の成立を妨げないものと、②分離定理の成立を妨げて効率的フロンティアを曲線に変えるものがある。以下では、各種の運用制約をこの二つに分類してみよう。

（1）ベータの制約

銘柄 i のベータを β_i とするとき、ポートフォリオのベータは

$$\sum_i \beta_i w_i = \sum_i \beta_i \left(x_i + w_i^B \right) = \sum_i \beta_i x_i + \sum_i \beta_i w_i^B$$

となるが、$\sum_i \beta_i w_i^B = 1$（ベンチマークのベータは 1）なので、

$$\sum_i \beta_i w_i = \sum_i \beta_i x_i + 1 \tag{4.1}$$

となる。「ベータニュートラル」の制約はポートフォリオのベータをベンチマークのベータである 1 に揃えるという運用制約であるが、(4.1)式によればこれは

$$\sum_i \beta_i x_i = 0 \tag{4.2}$$

という制約条件で表されることが分かる。

この制約が分類①、②のどちらに属する制約であるかを見るには、アクティブウエイトのベクトル $\{x_i\}$ を定数倍したベクトル $\{mx_i\}$ が(4.2)式を満たすかどうかをチェックすればよい。これは

$$\sum_i \beta_i \left(mx_i \right) = 0$$

でこの等式はそのまま成立するので、ベータニュートラルは分類①に属する制約であることが分かる。

(4.2)式はポートフォリオの「アクティブベータ」が 0 という制約と読み替えてもよい。そこで、ポートフォリオのベータを 1.2 に設定するという運用制約を考えてみると、その場

合には(4.2)式に代わって

$$\sum_i \beta_i x_i = 0.2, \tag{4.3}$$

すなわちポートフォリオのアクティブベータが 0.2 という制約条件になる。この場合には、アクティブウエイトのベクトル$\{x_i\}$を定数倍したベクトル$\{mx_i\}$は(4.3)式を満たさないので、分類②に属する制約条件ということになる。

運用制約を数式で表すと、$\{x_i\}$の 1 次関数がある指定された値になる、ないしはある指定された範囲に入るという形になるものが多い。指定された値が(4.2)式のように 0 であるものは分類①に属する運用制約、(4.3)式のように 0 以外の指定値であったり、ある指定された範囲に入るという制約であったりするときは、分類②に属する運用制約である。この方針を確認すれば、具体的な運用制約が分類①と②のどちらに属するかを見ることは容易になる。そこで、以下では代表的な運用制約を取り上げて、それを数式で表現してみよう。

（2）ファクターエクスポージャー

銘柄iのあるファクターに対するファクターエクスポージャーをh_iとするとき、ポートフォリオのファクターエクスポージャーは$\sum_i h_i w_i$、当該ファクターへのアクティブエクスポージャーは$\sum_i h_i x_i$で与えられる。したがって、サイズ、バリュー、モメンタムなどのファクターエクスポージャーを管理する場合は、ベータを管理する場合と同じように考えることができる。つまり、ファクターエクスポージャーをベンチマークのそれに合わせるファクターニュートラルの運用制約は分類①に属するが、ファクターエクスポージャー≤ 0.5のように不等式で運用制約を与える場合は分類②になる。

（3）業種ウエイト

一つの銘柄を複数の業種に割り振る場合には、ポートフォリオの業種ウエイト制約はフ

ァクターエクスポージャー制約と同じように扱うことができる。また、一つの銘柄を単一の業種に割り振る場合には、個別銘柄のファクターエクスポージャーが業種ダミーのベクトルになっていると考えればいいので、この場合もファクターエクスポージャーの特殊ケースとみなすことができる。したがって、「業種ニュートラル」の運用制約は分類①、ポートフォリオの業種ウエイトがベンチマークの業種ウエイトから一定の範囲で乖離することを許容する場合は分類②の制約に相当する。

（4）フルマーケット・エクスポージャー

(1.6)式によれば、ネット・ロング$\left(L > S\right)$のポートフォリオの場合、アクティブリターンの主要な源泉が、ロング側ポートフォリオのリターン・プレミアムと、ロング／ショートのスプレッド・リターンから成る。そして同式第 2 項に注目すれば、ショートポジションを大きくするほどマーケット・エクスポージャーが小さくなることが分かる。このショートによるマーケット・エクスポージャーの低下を、投資元本に対して 100%以上のロング・ポジションをとることによって補い、フルマーケット・エクスポージャーのポートフォリオを構築するのが、$\left(100 + xx\right)\%/xx\%$エンハンストアクティブ戦略(EA 戦略)である。

ロング銘柄とショート銘柄を区別して表すと、フルマーケット・エクスポージャーの条件は

$$L - S \equiv \sum_i w_{Li} - \sum_i w_{Si} = 1 \tag{4.4}$$

と書くことができるが、これは$\sum_i w_i = 1$という制約を課すことと同じである。さらにこれは$\sum_i \left(w_i - w_i^B\right) = 0$とも書けるので、

$$\sum_i x_i = 0\,、 \tag{4.5}$$

つまり、個別銘柄のアクティブウエイトの合計が 0 という運用制約に相当する。130/30EA 運用や 150/50EA 運用がこの制約条件に該当するが、(4.5)式から、この運用制約は分類①

に属することが分かる。

（５）個別銘柄のアクティブウエイト

すべての銘柄のアクティブウエイトに

$$-3\% \le x_i \le 3\% \qquad (4.6)$$

といった不等式の制約を掛ける場合は、明らかに分類②に属する。

以上の運用制約は、いずれもポートフォリオのリスク管理を目的としたものである。これに対して、市場の流動性に配慮するために設定される運用制約もある。ポートフォリオの構築時の売買高が市場の流動性に対して大きすぎると、ポートフォリオの構築に多大のコストを掛けることになる。このような取引コストを押さえるために掛ける制約は、市場の完全性を前提にできないことに起因する運用制約である。その代表的な形を以下に挙げる。

（６）売買高の制約

x_i^- をポートフォリオ・リバランス前の銘柄 i のアクティブウエイト、V_i を銘柄 i の 1 日あたり平均出来高として、

$$-nV_i \le x_i - x_i^- \le nV_i \qquad (4.7)$$

という制約を課することがある。これは、銘柄 i の売買高を平均出来高の n 日分以内に抑えるという運用制約である。また、

$$\frac{\sum_i \left| x_i - x_i^- \right|}{2} \le 1 \qquad (4.8)$$

という制約を掛けることもある。これは、ポートフォリオ構築時の売買回転率を 100%以内に抑えるという運用制約に相当する。(4.8)式の左辺は $\{x_i\}$ の 1 次関数ではないので、この場合は非線形の制約条件ということになる。線形・非線型いずれであっても、流動性制約

は分類②に属する。

ポートフォリオのリスク管理を目的とした（1）～（5）の運用制約を設ける場合に、一つ注意すべきことがある。アクティブウエイトを m 倍にすればポートフォリオのアクティブリスクも m 倍になるが、TE で捉えるアクティブリスクに上限下限などの制約条件を設けて、投資元本に対するリスクを適切にコントロールすることが重要である。また、各種運用制約の上限、下限値を適切に設定してポートフォリオのリスクが一定方向に偏りすぎないようにするという配慮も必要である。

以上の考察を図表 5 にまとめて示しておく。

	分類①		分類②	
線形の制約条件	（1）	アクティブベータ＝0（β＝1）	（1）	アクティブベータ＝0.2（β＝1.2）
	（2）	業種超過ウェイト＝0 （業種ニュートラル）	（2）	−5%≦業種超過ウエイト≦5%
	（3）	ファクターエクスポージャー＝0 （企業規模ニュートラルなど）	（3）	（特定の）ファクターエクスポージャー≦0.5
	（4）	フル・マーケット・エクスポージャー （$L-S$＝1）	（4）	−3%≦個別銘柄アクティブウエイト≦3%
			（5）	売買高が平均出来高の xx 日分以内
非線形の制約条件			（6）	売買回転率≦100%

図表5. 運用制約の分類

5 Equation Section (Next)実務的な運用制約下の EA 戦略とレバレッジ比率の選択

エンハンストインデックス戦略は、個別銘柄の割高・割安に関するマネジャーの判断能力を生かしてベンチマークを超えるリターンを狙う戦略である。このエンハンストインデックス戦略がロングオンリーの戦略であるのに対して、割高銘柄のショートを許すことによってより高いアクティブリターンを狙うのがエンハンストアクティブ戦略（EA 戦略）である。

しかし、図表 4 で見たように、より高いアクティブリターンを狙うにはより高いアクティブリスク（TE）を許容しなければならない。ショートポジションを大きく取れば、アク

ティブリターンは大きくなるが、同時にアクティブリスクも大きくなるからである。本節では、ショートポジションの大きさがこのアクティブリターンおよびアクティブリスクにどのような影響を与えるかについて、考えてみたい。

以下ではまず、資金借入れや借株料などレバレッジに起因するコスト、および株式の売買コストが無視できる場合を考えてみよう。

この場合は 3 節で説明した「アクティブ運用の分離定理」が成立するので、アクティブリターン・アクティブリスクの効率的フロンティアが直線となり、あらゆる投資家の最適ポートフォリオは、この直線上に位置するポートフォリオから選択することになる。

投資家の「相対的リスク回避度」γ（ガンマ）が所与のとき、最適なポートフォリオを求めるには、次の目的関数を最大にするアクティブウェイト$\{x_i\}$を求めればよいことが知られている[12]：

$$\text{最大化} \qquad U\left(\{x_i\}\right) \equiv \sum_i E(\tilde{a}_i) \cdot x_i - \frac{\gamma}{2} \cdot \sum_i \sum_j \sigma_{ij} x_i x_j \tag{5.1}$$

われわれは$\left(100+xx\right)\%/xx\%-\mathrm{EA}$ 戦略に焦点を絞りたいので、(4.5)式のフルマーケット・エクスポージャー条件

$$\sum_i x_i = 0 \tag{5.2}$$

を、制約条件として課すことにする。また、できるだけ現実に近い前提で分析を進めたいので、ポートフォリオをサイズ・ニュートラルにして、規模効果が結果に反映されないように配慮する。これには

$$\sum_i h_{size,i} x_i = 0 \tag{5.3}$$

をもう 1 本の制約条件にすればよい。ここで、$\{h_{size,i}\}$はサイズエクスポージャー・ベクトルを表す。なお、図表 5 で確認したように、(5.2)式と(5.3)式の制約条件はいずれもわれわれの分離定理の成立を妨げない。

[12] 相対的危険回避度の定義については、小林・本多[2008]を参照。

(5.2)式と(5.3)式の制約条件の下で(5.1)式の目的関数を最大にする$\{x_i\}$を求めるというのがわれわれの最適化問題である。この最適解は解析的に求めることができる。ここでは、最適解のロング側ウエイトとショート側ウエイト$(100+xx, xx)$、アクティブリターン$(E(\tilde{a}_P))$、アクティブリスク$(TE \equiv \sigma(\tilde{a}_P))$が現実的な条件下でどんな数値になるのかに興味がある。なお、xxをポートフォリオの「レバレッジ比率」と呼ぶことにする。

TOPIX 時価総額上位 500 銘柄からなる時価総額加重の擬似インデックス（疑似 TOPIX）を運用ベンチマークとして、これら 500 銘柄を銘柄ユニバースとするポートフォリオを構築する。この銘柄ユニバースの選択には、EA 戦略を構築する上での現実的な条件を考慮した。

ところで、実際に最適ポートフォリオを求めるには、これら 500 銘柄の個別株式についてアクティブリターンとアクティブリスクのデータが必要となる。言うまでなく、このデータがアクティブマネジャーの銘柄選択スキルを反映するものであるが、ここでは仮想的なデータを用いて分析するしかない。そこで、500 銘柄のアクティブリターンを、いわゆる「アクティブ運用の基本法則」を用いてランダムに生成することにする。Grinold が最初に提唱したこの公式は、アクティブリターンがマネジャーの銘柄選択能力とアクティブリスクによって決定されるといいう経験則を公式化したものであるが、この考えに従って、各銘柄のアクティブリターンを

$$E(\tilde{a}_i) = IC \times \sigma(\tilde{a}_i) \times \tilde{z}_i \tag{5.4}$$

によって生成することにする。右辺のICは「情報係数」と呼ばれ、マネジャーが予想する事前の期待リターンと事後的に実現するリターンの相関係数で定義される。このICはマネージャーの銘柄選択能力を示す数値である。$\sigma(\tilde{a}_i)$は銘柄iのアクティブリターンの標準偏差で、全銘柄について一律 30%（年率）と仮定する。また、$\{\tilde{z}_i\}$は標準正規分布に従う乱

数である[13]。500 銘柄のアクティブリターンは互いに独立と仮定する[14]。サイズ・エクスポージャーベクトル$\left\{h_{size,i}\right\}$については、単純に、各銘柄について時価総額の対数値を$h_{size,i}$として、(5.3)式によってポートフォリオの平均時価総額を疑似 TOPIX のそれに合わせる。なお、2006 年 12 月末の TOPIX データを用いてベンチマークを設定し、最適化計算を行った。

情報係数を$IC = 0.067$と仮定して最適化計算を行った結果を図表6にまとめた。この計算ではγの値を$\gamma = 2$から出発して順次大きくしていった。γを大きくすれば、最適ポートフォリオのアクティブリターンとTEは、一定の比率を保ちながら共に減少する。両者の比率は「情報比」（インフォメーション・レシオ、IRと略する）と呼ばれるが、どの最適ポートフォリオの情報比$\left(IR\right)$も1.496と同一の値になっていることが確認できる。これは、アクティブリターン・アクティブリスクの効率的フロンティアが原点を通る右上がりの直線になることを意味する。これがアクティブ運用の分離定理である。

γ	アクティブリターン (%)	TE (%)	IR	L (%)	S (%)
2	111.93	74.81	1.496	2283	2183
10	22.39	14.96	1.496	505	405
20	11.19	7.48	1.496	286	186
30	7.46	4.99	1.496	216	116
38	5.89	3.94	1.496	186	86
50	4.48	2.99	1.496	161	61
74	3.03	2.02	1.496	136	36
150	1.49	1.00	1.496	113	13

図表6. リスク回避度と最適ポートフォリオ

通常議論される投資家のリスク回避度γはせいぜい10以下の範囲である。しかし、図表6によれば、$\gamma = 10$と仮定して計算される最適ポートフォリオは、TEが14.968%、レバレッジ比率がL=505%/S=405%と、異常にハイリスクのポートフォリオになる。TEが5%程度のポー

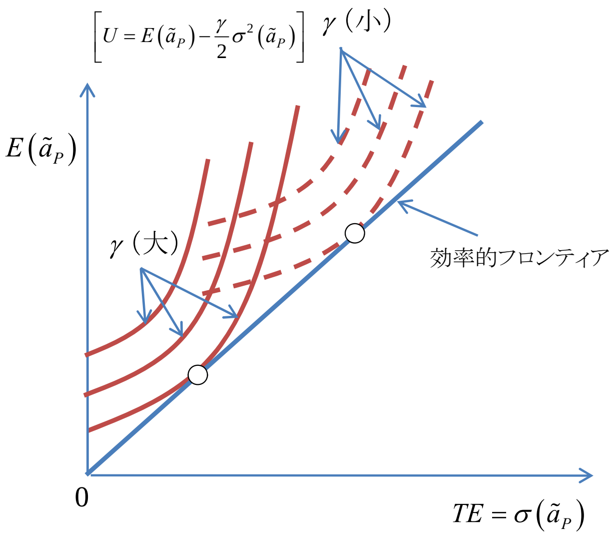
[13] Grinold[1989]、およびその公式を拡張した Clarke-de Silva-Thorley[2002]を参照のこと。なお、Grinold-Kahn[2000]は$\sigma\left(\tilde{a}_i\right)$を 25%、寺口[2003]は 40%と仮定している。

[14] ここで初めて、本稿でも脚注 10 に述べたマーケットモデルの仮定を採用することになる。

トフォリオを最適と見るには$\gamma = 30$の投資家を想定しなければならない。リスク回避度は政策アセットミックスを議論するときによく用いられる尺度であるが、アクティブ運用の場合にはそれよりもかなり高いリスク回避度を想定すべきという、よく指摘される事実と符合する。

大きいトラッキングエラーを許容すると、最適レバレッジ比率も拡大する。しかし、図表6によれば、TEの上昇に伴うレバレッジ比率の拡大ペースは異常に速い。$TE = 4\%$程度のトラッキングエラーに対応する効率的ポートフォリオでも、そのレバレッジは$L = 186\% / S = 86\%$と異常に大きくなる。これは、図表6の計算では借株料、借入金利、売買コストなどの取引費用を考慮に入れていないためで、取引費用を考慮に入れて最適化計算を行えば、レバレッジの大きさはずっと低い値になる。この取引費用の影響については 6章で詳しく考察する。

ところで、γの値を指定して制約条件(5.2)、(5.3)の下で目的関数(5.1)を最大にする$\{x_i\}$を求めるというのは、図表7で点線の無差別曲線群を1組指定して、その無差別曲線群が実行可能領域（図の効率的フロンティアから下側の部分）に接する接点を求めることに相当する。γの値を大きくした（リスク回避度が高い）場合の無差別曲線群は左側の曲線群、γの値を小さくした（リスク許容度が高い）場合の無差別曲線群は右側の曲線群である。



図表7.　無差別曲線群と最適ポートフォリオの選択

効率的ポートフォリオを求めるルートとして、次の最適化問題を解くという方法もある。

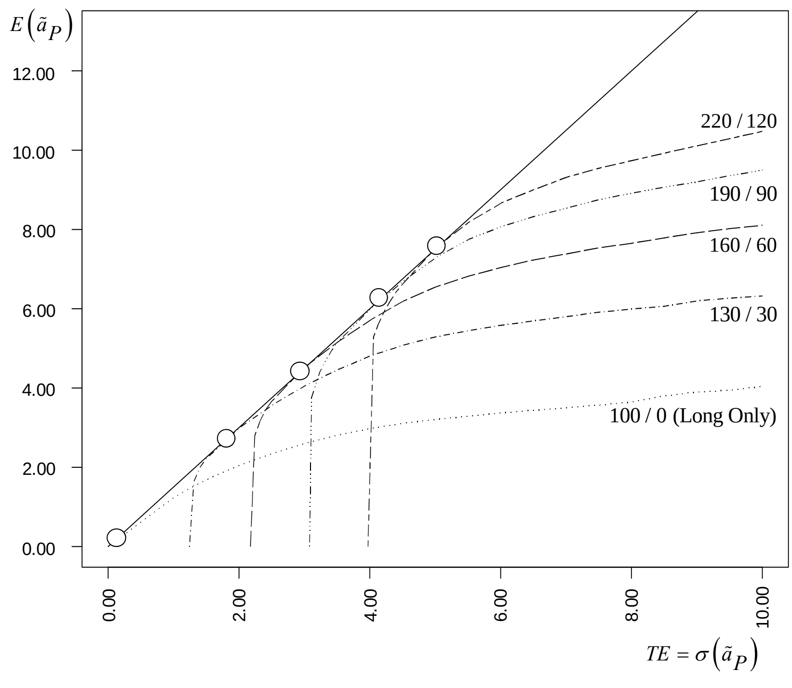
最大化
$$\sum_i E(\tilde{a}_i)\cdot x_i \tag{5.5}$$

制約条件
$$\begin{cases} \sqrt{\sum_i \sum_j \sigma_{ij} x_i x_j} = TE_{target} \\ \sum_i x_i = 0 \\ \sum_i h_{size,i} x_i = 0 \end{cases} \tag{5.6}$$

この方法は、図表 7 の横軸上で許容できる TE を指定して、2 本の運用制約を満たすポートフォリオの中からアクティブリターン（の期待値）を最大にするポートフォリオを求めることに相当する。こちらの場合には、γ の指定値を動かしながら効率的フロンティアを「トレース」していく代わりに、TE の指定値を動かしながら効率的フロンティアをトレースすることになる。以下では TE_{target} を指定するという後者の手法で議論を進めることにする。

図表 6 で指摘したが、効率的フロンティア上のポートフォリオを追いかけると、TE の大きい最適ポートフォリオほどレバレッジ比率が高くなる。なぜそうなるか示しているのが

図表 8 である[15]。ロングオンリーの制約下で最適化したポートフォリオの集まりは図の一番左の曲線で表され、この曲線は *TE* の最も小さい領域で効率的フロンティアと接する。レバレッジ比率を上げるに従って、この曲線は北東方向にシフトし、220/120 の制約下で最適化したポートフォリオの集まりは図の一番右の曲線になる。レバレッジの設定値を高くしていくと、曲線と効率的フロンティアとの接点も右側に移動することが図から読み取れる。図では 220/120 の制約下で最適化したポートフォリオが *TE* の最も大きい位置で効率的フロンティアと接する。



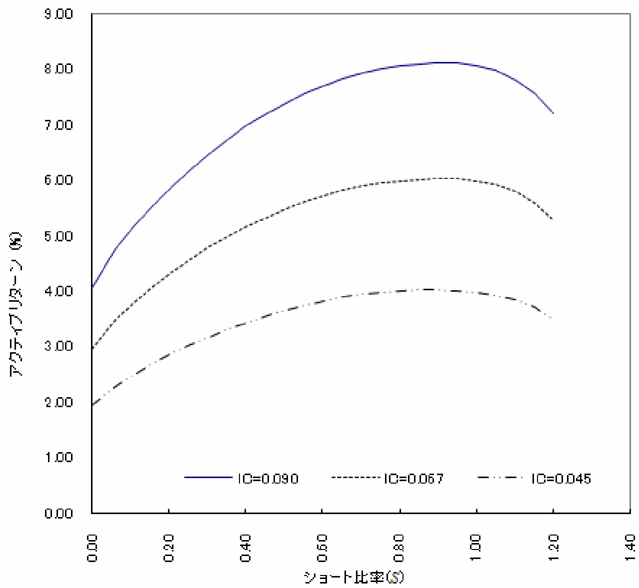
図表8. レバレッジ比率とリスク／リターン

図表 8 で *TE*=4%の位置に示した点線を上方向に追うと、ロングオンリー(100/0)から 190/90 まではレバレッジ比率の上昇とともにアクティブリターンは単調に増加するが、それ以上レバレッジ比率を上げるとアクティブリターンが低下することが分かる。このよう

[15] このグラフの 1 個の点を出すのに、モンテカルロ・シミュレーションによる最適化計算を 10 回繰り返して平均を求めるという作業を行っている。サイズ・ニュートラル条件を課すと、効率的フロンティアの x 軸との交点付近は急勾配となる。

に、許容する TE の水準毎に最適なレバレッジ比率が存在する。この関係を見極めるために、以下では、許容する TE の水準を $TE_{target} = 4\%$ と指定して、さらに $\sum_{x_i + w_i^B < 0} \left(x_i + w_i^B \right) = -S$ なる制約式を追加し、レバレッジ比率（ショート比率 S）別に最適ポートフォリオを計算する。

図表 9 は、ショート比率 (S) のレベル別に TE=4%の最適ポートフォリオを求め、そのポートフォリオのアクティブリターンをプロットしたものである。3 本のグラフは $IC = 0.045$, $IC = 0.067$, $IC = 0.090$ という 3 つの場合に対応している。グラフが示すように、$S = 0$（ロングオンリー）からレバレッジ比率を拡大させるとアクティブリターンは上昇し始めるが、その上昇率はレバレッジの拡大とともに逓減することが分かる。そして、$S = 0.90$ 以上にレバレッジを拡大させるとアクティブリターンは低下しはじめる。図の 3 本の曲線を比較すれば分かるように、アクティブリターン（の期待値）を最大にするレバレッジ比率（最適レバレッジ比率）は IC の設定値に依存しない。また、当然のことながら、マネジャーの銘柄選択能力(IC)が高くなるほど曲線が全体的に上昇し、アクティブリターンは高くなる。なお、図表 9 と図表 8 の関係を説明すると、図表 9 の真ん中の曲線（IC=0.067）のピークの点が、図表 8 で TE=4%の最適ポートフォリオ（効率的フロンティア上のポートフォリオ）を示す。



図表9. ショート比率とアクティブリターン
($TE = 4\%$)

図表 9 によれば、$TE_{target} = 4\%$ という比較的現実的な設定値に対応する最適レバレッジ比率は $L = 1.90/S = 0.90$ となって[16]、代表的な EA 戦略のレバレッジ比率である $L = 1.30/S = 0.30$ よりもかなり大きい。これは、レバレッジを上げることに伴う取引費用を考慮していないことが原因である。そこで、次節では取引費用が最適なレバレッジ比率にどのように影響を与えるかを調べてみよう。

6. Equation Section (Next)取引費用を考慮に入れた場合の最適ポートフォリオ

実務上、$(100 + xx)\%/xx\%$ の EA 戦略を実行する場合、$xx\%$ の空売りによって手にする現金は担保に差し入れることになる。そこで、$xx\%$ 分のロング株購入のためにプライムブローカーから資金を借入れることになるが、これによって借入金利が費用として発生する。また、空売りで必要となる借株料も負担しなければならない。したがって、ポートフォリオ全体から得られるリターンは(1.4)式で与えられ、コスト控除後のアクティブリターンを

[16] Clarke et al.[2008]が導いた公式を今の例に当てはめると、取引費用 0 の場合の最適ショート比率は 89.2%となる。

求めるには、(3.6)式から

$$B\left(r_b - r_f\right) + \left(S \cdot fee_S - L \cdot fee_L\right) + \text{売買コスト} \tag{6.1}$$

を控除すればよいことになる。今、 $xx\%$ 分のロング株購入の資金を借り入れるので、借入額は $B = L - 1$ である。また、以下では、ロング株を貸株に出すことは考えないことにすると、(6.1)式は

$$\left(L-1\right)\left(fee_S + r_b - r_f\right) + \text{売買コスト} \tag{6.2}$$

となる。ここで、$\left(100 + xx\right)\%/xx\% -$ EA 戦略の場合に $S = L - 1$ が成立することを考慮した。この式を $\left\{x_i\right\}$ を用いて表すと

$$\left(fee_S + r_B - r_f\right)\left\{\sum_{x_i + w_i^B > 0}\left(x_i + w_i^B\right) - 1\right\} + c_{bs}\Delta T \tag{6.3}$$

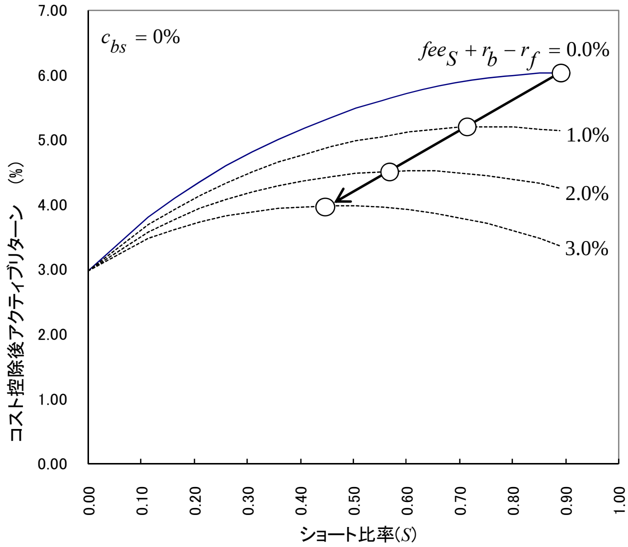
となる。

(6.3)式最後の項は現物株の売買コストである。定期的にポートフォリオをリバランスする際にかかる売買コストは、その時々のポートフォリオを構成する銘柄ウエイトの状態とそのタイミングでの最適ポートフォリオウェイトの差に依存して決まるので、ここではその平均的な値に対して近似式を与えて計算するしかない。以下の分析では各種 EA 戦略のパフォーマンスをコスト控除後で比較するのが目的であるので、ロングオンリー戦略の場合の売買コストを 0 と規準化して、それに対する相対比較で売買コスト項の大きさをつかむことにする。具体的には、売買金額当たりの売買コスト率を(c_{bs})、リバランスのための現物株売買金額を ΔT として、 $c_{bs} \times \Delta T$ を（相対的な）売買コストとした。

図表 10a には、情報比 $IC = 0.067$ 、 $c_{bs} = 0$ の場合について、 $\left(fee_S + r_b - r_f\right)$ のレベル別に TE=4%の最適ポートフォリオを求め、そのポートフォリオの費用控除後のアクティブリターンのグラフを示している[17]。費用控除後のアクティブリターンとショート比率の関係は、

[17] 本稿では、一貫して、コスト控除前のアクティブ・リターンを目的関数に最適化を行い、ポートフォリ

図表 9 と同様に逆 U 字カーブになる。そして、この逆 U 字カーブの頂点は、$\left(fee_S + r_b - r_f\right)$ が大きくなるほどグラフの左方向にシフトする。つまり、借株料や金利スプレッドが上がるほど最適なレバレッジ比率は小さくなる[18]。



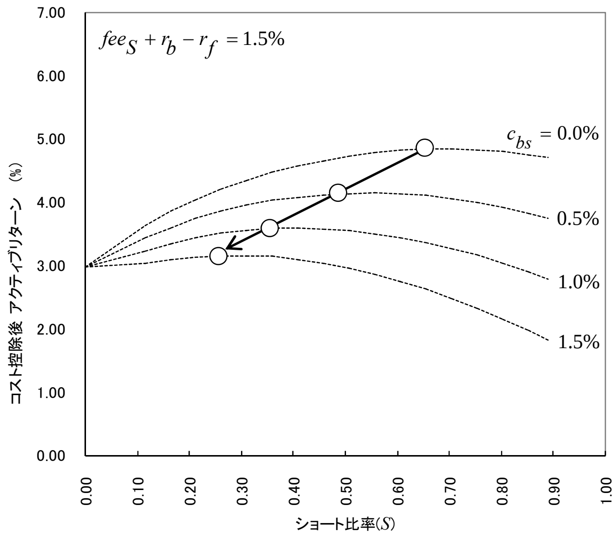
図表10(a). 借株料・金利と最適ショート比率
(TE = 4%, IC = 0.067)

図表 10b では、$IC = 0.067$ 、 $fee_S + r_B - r_f = 1.5\%$ の場合について、売買コスト率 c_{bs} 別に費用控除後のアクティブリターンのグラフを示す。この場合にも、レバレッジが増加すれば売買金額が増加するため、売買コスト率の上昇とともに最適レバレッジ比率が低下する[19]。

オのウエイトを決めた後でリターンからコストを控除するという方法を取っている。コスト控除後のアクティブリターンを目的関数に最適化を行うのが理想的であるが、計算時間が圧倒的に長くなる割りに最適解には大きな影響は現れないので、この簡便法を取った。

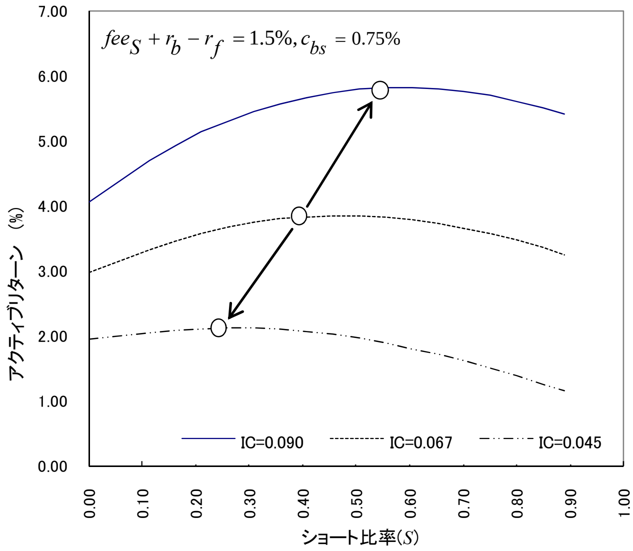
[18] Clarke et al.[2008]の公式を適用すると、$fee_S + r_B - r_f = 1.0\%,\ 2.0\%,\ 3.0\%$ のときの最適ショート比率はそれぞれ、74%、59%、45%となって、われわれの計算結果とほぼ一致する。

[19] 同じく $fee_S + r_B - r_f = 1.5\%$ として公式を適用すると、$c_{bs} = 0\%,\ 0.5\%,\ 1.0\%, 1.5\%$ のときの最適ショート比率はそれぞれ、67%、52%、37%、22%となって、やはりわれわれの計算結果とほぼ一致する。



図表10(b). 売買コストと最適ショート比率
(TE = 4%, IC = 0.067)

最後に、マネジャーの銘柄選択能力が上記の関係にどんな影響を与えるかを見てみよう。そのために、$IC = 0.067$、$fee_S + r_B - r_f = 1.5\%$、$c_{bs} = 0.75\%$として、$IC$の設定値別に費用控除後のアクティブリターンとショート比率の関係をグラフにした。図表 11 にその結果を示すが、マネジャーの銘柄選択能力の高さに応じて最適レバレッジ比率も変動し、ICの設定値が高い場合ほど最適レバレッジ比率も高く、ICの設定値を低くすると最適レバレッジ比率も低くなることが分かる。このことから、取引費用の影響を考えると、マネジャーの銘柄選択能力の高さに応じてレバレッジ比率を調整すべきであることが示唆される。



図表11. 最適ショート比率
(TE = 4%)

以上の結果で確認できるように、「最適レバレッジ比率」は取引費用やマネジャーの銘柄選択能力の影響を相当程度受ける。取引費用が大きくなれば最適なレバレッジ比率は低下し、マネジャーの銘柄選択能力が低くなっても最適なレバレッジ比率は低下する。図表 8 で見たように、取引費用を完全に無視できる場合の最適レバレッジ比率は 190/90 近辺であったが、代表的な EA 戦略のレバレッジ比率が 130/30 であるというのは、こうした要因を反映しているものと考えられる。

7. Equation Section (Next)合成エンハンストアクティブ戦略

$(100+xx)\% / xx\% -$ EA 戦略に関するここまでの議論では、$xx\%$ 分のロング側ポートフォリオの購入資金は、プライムブローカーからの借入れで賄うことを前提にしてきた。この部分を株価指数先物のロングポジションで代用して借入資金分の金利コストを避けるというのが、合成エンハンストアクティブ戦略のアイディアである。

以下では議論を一般化して、$0 \le L_2 \le 1$に対して$(L_2 + xx)\% / xx\% -$合成 EA 戦略について考察する。投資元本 1 円に対して、①L_2円で現物株購入、②$1 - L_2$円を金利運用、③$xx\%$の株式をショートして株式売却代金は金利運用、④$xx\%$の株価指数先物をロング、というのが、$(L_2 + xx)\% / xx\% -$合成 EA 戦略である。④の先物取引には①のうちkL_2円分の現物株を担保に差し入れ、差し入れた株券は貸株には使用できないとする。

株価指数先物に対するポジションは指数を構成する株式現物のポジションに置換えて考えることができる[20]。投資元本 1 円に対してF円相当の株価指数先物ロングポジションを取るとき、これはF円の資金を借入れて（先物の指数構成比$\{w_i^F\}$に従って）株式現物を購入する「キャッシュ・アンド・キャリー」ポジションを取るのと同等である。よって、その投資元本 1 円あたりのリターンは、

$$F \cdot \left(\sum_i \tilde{R}_i w_i^F - r_f \right) \tag{7.1}$$

で与えられる。株価指数に関して$\sum_i w_i^F = 1$であることを用いれば、(7.1)式は

$$F \cdot \sum_i (\tilde{R}_i - r_f) w_i^F = F \cdot \sum_i \tilde{r}_i w_i^F \tag{7.2}$$

となる。このリターンが、$L_2 / xx\%$の現物ロングショート・ポートフォリオ（ウエイトベクトルを$\{w_i\}$で表す）に加わるので、(2.2)式は。

$$\begin{aligned} \tilde{R}_P &= r_f + \sum_i \left(\tilde{R}_i - r_f \right) w_i + F \cdot \sum_i \tilde{r}_i w_i^F \\ &= r_f + \sum_i \tilde{r}_i \left(w_i + F w_i^F \right) \end{aligned} \tag{7.3}$$

と修正される。そこで、

$$w_{i,total} \equiv w_i + F w_i^F \tag{7.4}$$

と定義すると、ポートフォリオ全体の（リスクフリー金利に対する）超過リターンは

[20] 株価指数先物が市場において無裁定価格で取引されていることが必要である。

$$\tilde{r}_P = \sum_i \tilde{r}_i \, w_{i,total} \tag{7.5}$$

と表されることになる。同様に、ポートフォリオ全体のアクティブリターンを表す(3.5)式は

$$\tilde{a}_P = \sum_i \tilde{a}_i \left(w_{i,total} - w_i^B \right) = \sum_i \tilde{a}_i x_{i,total} \tag{7.6}$$

ただし、

$$x_{i,total} \equiv w_{i,total} - w_i^B = \left(w_i + Fw_i^F \right) - w_i^B = x_i + Fw_i^F \tag{7.7}$$

と修正される。以下では、$\left\{ Fw_i^F \right\}$ を「先物の現物換算ポジション」と呼ぶことにする。

次に取引費用に注目しよう。合成 EA 戦略では借入が発生しないので、(1.4)式において $B = 0$ である。ただし、先物のポジションを取るために kL_2 分の現物株を担保に差し出さなければならないので、(1.4)式の最後の項は

$$\left(1-k \right) L_2 \cdot fee_L - S_2 \cdot fee_S \tag{7.8}$$

となる。これに現物と先物の売買コストを加えるたものが取引費用の合計になる。

以上をまとめると、$(L_2 + xx)\% / xx\% -$ 合成 EA 戦略のアクティブリターンは、

$$\sum_i \tilde{a}_i (w_i + F \cdot w_i^F) \tag{7.9}$$

から

$$\left(S_2 \cdot fee_S - L_2 (1-k) fee_L \right) + \text{現物売買コスト} + \text{先物売買コスト} \tag{7.10}$$

を控除した値になる。この取引費用を(6.1)式と比較すると、合成戦略では金利コストを 0 にできる代わりに、貸株料が担保株分だけ減り、先物売買コストを負担することになる。また、後で述べるデッドウエイトのためにショート比率が $S_2 > S$ となり、借株料が余分に発生する。合成 EA 戦略の優位性はこれらの取引費用の大小関係にかかって決まる。以下では、前章の数値例を用いて、この点に考察を加えたい。

- 合成 EA 戦略（方法 1）

130/30-EA 戦略を先物を使って合成するには、まず現物株のロングショートだけで行う場合の最適な 130/30-EA 戦略$\{x_i^*\}$を求めておいて、その最適解$\{x_i^*\}$が実現するように合成 EA-戦略を構築するという方法が最も単純である。

具体的には、まず次の最適問題を解く：

$$\text{最大化} \qquad E(\tilde{a}_P) = \sum_i E(\tilde{a}_i) x_i \tag{7.11}$$

$$\text{制約条件} \qquad \begin{cases} L \equiv \sum_{w_i>0} w_i = \sum_{x_i+w_i^B>0} \left(x_i + w_i^B\right) = 1.30 \\ S \equiv -\sum_{w_i<0} w_i = -\sum_{x_i+w_i^B<0} \left(x_i + w_i^B\right) = 0.30 \\ TE \equiv \sqrt{\sum_i \sum_j \sigma_{ij} x_i x_j} = 4\% \\ \sum_i h_{size,i} x_i = 0 \\ -3\% \le x_i \le 3\% \ \left(\text{すべての}\,i\,\text{について}\right) \end{cases} \tag{7.12}$$

この最適解$\{x_i^*\}$を(7.7)式左辺の$\{x_{i,total}^*\}$に代入して右辺の$\{x_i\}$を求め、$\{x_i\}$を合成 EA 戦略における現物株のウエイトベクトルとする[21]。

この作業を行うにはFが既知でなければならない。このFは、次のように、フルインベストメントの条件$\left(L_2 = 1\right)$より決まる。

$$L_2 = 1 \quad \Leftrightarrow \sum_{x_i+w_i^B>0} \left(x_i + w_i^B\right) = 1 \quad \Leftrightarrow \sum_{x_i^*-Fw_i^F+w_i^B>0} \left(x_i^* - Fw_i^F + w_i^B\right) = 1 \tag{7.13}$$

なお、(7.13)が満たされれば、フルマーケット・エクスポージャーの条件$\left(L_2 + F - S_2 = 1\right)$は自動的に満たされる[22]。

[21] 脚注 17 を参照のこと。なお、本節では各種 EA 戦略のパフォーマンスを比較したいので、各銘柄のアクティブウエイトを 3%以下に抑えるという現実的な運用制約を入れて最適化計算を行う。

[22] これは次のように示される：

$$L_2 + F - S_2 = 1 \quad \Leftrightarrow \sum_{x_i+w_i^B>0} \left(x_i + w_i^B\right) + F + \sum_{x_i+w_i^B<0} \left(x_i + w_i^B\right) = 1$$

$$\Leftrightarrow \sum_i \left(x_i + w_i^B\right) + F = 1 \quad \Leftrightarrow \sum_i \left(x_i + w_i^B + Fw_i^F\right) = 1$$

合成 EA 戦略の最適化問題は、このように先物の買いポジションを現物ポジションに置き換えて構成されるので、「アクティブ運用の分離定理」は合成 EA 戦略でも成立する。

実際には、(7.13)を満たす F を求めるには反復計算が必要になる。われわれの例では F= 0.60 程度と計算される[23]。すなわち、現物を 100%保有し、先物を 60%買持ちし、かつ現物を 60%を空売りするポートフォリオが、等価なポートフォリオとなる。これは、130/30-EA 戦略を実現するのに、投資元本の 60%の現物株を空売りしなければならないことを意味している。その原因は次の通りである。

先物の現物換算ポジションは、指数を構成する原資産すべてを保有していることと等価である。そのため、空売り銘柄については売り買いが両建てとなっている。このように両建てとなる部分を「デッドポジション」または「デッドウエイト」と呼ぶことにする。上記ケースでは、先物 60%のうち 30%分は、空売り 60%のうちの 30%分と両建てとなっており、30%のデッドポジションが発生している。

- 合成 EA 戦略（方法 2）

現物のみの 130/30 戦略では 30%分の空売り株の借株料で済んだのに対して、等価な合成 EA 戦略では 60%分の空売り株の借株料を支払う必要があり、借株のコスト負担が大きくなる。また、(7.12)の最後の制約条件のように、個別銘柄についてアクティブウエイトに上限・下限を設けても、実際の現物株ポートフォリオではその制約を破ってしまうことになるのを防げない。これらが、以上の EA 戦略合成方法の欠陥となる。

そこで、直接的に EA 戦略を先物で合成するには、次の最適化問題を解けばよい。

最大化 $$E(\tilde{a}_P) = \sum_i E(\tilde{a}_i) x_{i,total} \tag{7.14}$$

---

[23] 数値計算例では TOPIX 指数先物を用いるており、$w_i^F = w_i^B$ として計算を行った。

$$
\text{制約条件} \quad \begin{cases} L_2 \equiv \displaystyle\sum_{x_{i,total}-Fw_{Fi}+w_i^B>0} \left(x_{i,total} - Fw_i^F + w_i^B \right) = 1.00 \\ S_2 \equiv -\displaystyle\sum_{x_{i,total}-Fw_i^F+w_i^B<0} \left(x_{i,total} - Fw_i^F + w_i^B \right) = 0.30 + f \\ F \equiv 0.30 + f \\ TE \equiv \sqrt{\displaystyle\sum_i \sum_j \sigma_{ij} x_{i,total} x_{j,total}} = 4\% \\ \displaystyle\sum_i h_{size,i} x_{i,total} = 0 \\ -3\% \le x_{i,total} - Fw_i^F + w_i^B \le 3\% \ \left(\text{すべての}i\text{について} \right) \end{cases} \tag{7.15}
$$

任意に指定した f について上記の最適化問題を解き、最適解が実現する $E(\tilde{a}_P)$ を求める。異なる f の値について同じ計算を繰り返すことによって、現物株だけで実現する 130/30-EA 戦略と同レベルのリスク・リターンを実現する f を探し、コスト控除後のパフォーマンスを基準にベストな選択を行えばよい。この f が決まれば、指数先物を $F = 30 + f$ 円相当買い持ちし、現物を $L_2 = 1$ 円保有し、さらに、現物を $S_2 = 30 + f$ 円空売りすることになる。なお、その際に、現物株のウエイトベクトルは $\left\{ x_{i,total} - Fw_i^F + w_i^B \right\}$ とする[24]。

- 各種 EA 戦略のパフォーマンス比較

具体的に上記最適化問題を解き、第 6 章と同じコスト計算を導入した結果を図表 12 に示す。表の左から、ロングオンリー戦略(100/0)、現物株のみによる 130/30-EA 戦略、方法 1 による合成 EA 戦略、方法 2 による合成 EA 戦略である。方法 2 については、先物買い持ちが 30%$(f = 0.00)$、35%$(f = 0.05)$、40%$(f = 0.10)$の 3 ケースを表に挙げた。

それぞれのケースについて、モンテカルロ・シミュレーションで 100 個のポートフォリオを作成し、各数値の平均値とその推定誤差を計算した。方法 2 を用いる場合にはデッドウエイトが 1 %～2%となり、借株料を抑制した低コストのポートフォリオを構築できることが分かる。また、コスト控除前の数字では、現物株のみによる 130/30-EA 戦略は先物を 40%買い持ちする合成 EA 戦略$(f = 0.10)$と同程度のアクティブリターンであることが分か

[24] (3.1)式、(7.7)式から簡単に導出される。

る。また、コスト控除後では、同戦略は先物を 30%買い持ちする合成 EA 戦略 $(f = 0.00)$ と同程度のアクティブリターンとなる。コスト控除後のインフォメーション・レシオ (IR) を見れば、合成 EA 戦略 $(f = 0.00)$ のパフォーマンスは現物のみの 130/30-EA 戦略を凌いでいる。

			LO(100/0)	EA(130/30)	合成EA（方法1）	合成EA（方法2）(f=0.00)	合成EA（方法2）(f=0.05)	合成EA（方法2）(f=0.10)
前提条件		銘柄数	500					
		情報係数 IC	0.067					
		個別銘柄アクティブリスク $\sigma(a_i)$ (%)	30					
		個別銘柄期待アクティブリターン $E(a_i)$ (%)	$E(a_i) = IC \times \sigma(a_i) \times z_i$					
		資金調達金利スプレッド $(r_b - r_f)$ (%)	0.75					
		借株料率 fee_S (%)	0.75					
		現物売買コスト率 c_{bs} (%)	0.75					
		先物売買コスト率 $c_{f,bs}$ (%)	0.25					
最適ポートフォリオ	(1)	現物ロング比率(L)	1.00 ± 0.00	1.30 ± 0.00	1.00 ± 0.00	1.00 ± 0.00	1.00 ± 0.00	1.00 ± 0.00
	(2)	現物ショート比率(S)		0.30 ± 0.00	0.62 ± 0.00	0.30 ± 0.00	0.35 ± 0.00	0.40 ± 0.00
	(3)	先物保有比率($F = 0.30 + f$)			0.62 ± 0.00	0.30 ± 0.00	0.35 ± 0.00	0.40 ± 0.00
	(4)	アクティブウエイト片側合計	0.68 ± 0.00	0.85 ± 0.00	0.85 ± 0.00	0.75 ± 0.00	0.77 ± 0.00	0.78 ± 0.00
	(5)	デッドウエイト(両建て部分の片側合計)			0.32 ± 0.00	0.01 ± 0.00	0.02 ± 0.00	0.02 ± 0.00
	(6)	サイズファクター・エクスポージャー	(0.01) ± 0.00	(0.01) ± 0.00	(0.01) ± 0.00	(0.01) ± 0.00	(0.01) ± 0.00	(0.01) ± 0.00
	(7)	期待アクティブリターン $E(a_p)$ (%)	2.93 ± 0.02	4.76 ± 0.02	4.76 ± 0.02	4.44 ± 0.02	4.62 ± 0.02	4.79 ± 0.02
	(8)	トラッキングエラー TE (%)	3.99 ± 0.00	4.03 ± 0.00	4.03 ± 0.00	4.02 ± 0.00	4.02 ± 0.00	4.03 ± 0.00
	(9)	インフォメーションレシオ IR	0.73 ± 0.00	1.18 ± 0.00	1.18 ± 0.00	1.10 ± 0.00	1.15 ± 0.00	1.19 ± 0.00
取引コストの控除	(10)	借入コスト $(r_b - r_f) \times (L - 1)$		0.23				
	(11)	借株料 $fee_S \times S$		0.23	0.47	0.23	0.26	0.30
	(12)	現物売買コスト $c_{bs} \times \Delta T$	0.00 (*)	0.39	0.39	0.17	0.20	0.24
	(13)	先物売買コスト $c_{f,bs} \times F$			0.16	0.08	0.09	0.10
	(14)	コスト控除後アクティブリターン	2.93	3.92	3.75	3.97	4.07	4.15
	(15)	トラッキングエラー TE (%)	3.99	4.03	4.03	4.02	4.02	4.03
	(16)	コスト控除後IR (14) ÷ (15)	0.73	0.97	0.93	0.99	1.01	1.03

(*) 複数戦略間の相対比較が目的なので、ロングオンリー戦略の現物取引コストを 0 としている。

図表12. 各運用戦略のパフォーマンス比較
(TE = 4%、個別銘柄アクティブウェイト $\leq$ 3%)

合成 EA 戦略のパフォーマンスが優れているのは、現物 EA 戦略の場合に負担する金利コストを 0 にできることと、先物の買い持ちを一部使うために現物株の売買コストを抑制できることがその要因である。一方、合成 EA 戦略のマイナス面は、空売り銘柄について売り買いが両建てとなる「デッドウエイト・ロス」が発生して、余計な借株料がかかってくることである[25]。方法 2 を用いるとこのデッドウエイト・ロスを十分小さく押さえられることを示したが、ベンチマークの銘柄構成の特徴や個別銘柄のアクティブリターンの相関構造

[25] 合成 EA 戦略では、レバレッジが拡大すると両建てとなるデッドポジションの割合が急激に増加して借株コストが大きくなる。このため、300/200 といったレバレッジ比率の大きい EA 運用に合成 EA 戦略を適用することは現実的でない。

がその効率を左右するものと考えられる。この関係を理論的に分析するのは実践面でも興味深い問題であり、われわれの今後の研究課題としたい。

参考文献

Clarke, Roger, Harindra de Silva, and Steven Thorley: "Portfolio Constraints and the Fundamental Law of Active Management," *Financial Analysts Journal,* September/October 2002, pp. 48-66.

Clarke, Roger, Harindra de Silva, Steven Sapra, and Steven Thorley: "Long-Short Extensions: How Much is Enough?" *Financial Analysts Journal,* January/February 2008, pp. 16-30.

Grinold, Richard: "The Fundamental Law of Active Management," *The Journal of Portfolio Management*, Spring 1989, pp. 30-37.

Grinold, Richard and Ronald Kahn: "The Efficiency Gains of Long-Short Investing," *Financial Analysts Journal*, November/December 2000, pp. 40-53.

Jacobs, Bruce and Kenneth Levy: "Enhanced Active Equity Strategies," *The Journal of Portfolio Management*, Vol. 53, No. 4, Spring 2006, pp. 45-55.

Jacobs, Bruce, Kenneth Levy and Harry Markowitz: "Portfolio Optimization with Factors, Scenarios, and Realistic Short Positions," *Operations Research*, Vol. 53, No. 4, July-August 2005, pp. 586-599.

Tobin, James; "Liquidity Preference as Behavior Toward Risk," *Review of Economic Studies*, Vol. 25, No. 2, February 1958, pp. 65-86

Treynor, Jack and Fischer Black: "How to Use Security Analysis to Improve Portfolio Selection," *The Journal of Business*, Vol. 46, No. 1, January 1973, pp. 66-86.

小林孝雄・本多俊樹：「現代ポートフォリオ理論」、証券アナリスト講座第１次レベルテキスト第３回（第１章：投資家の選好）、日本証券アナリスト協会、2008 年 6 月.

小林 孝雄：「スタイル・マネジメントの理論的基礎」『証券アナリストジャーナル』1997

年 5 月.

小林孝雄：「国際分散投資の分離定理」野村マネジメントスクール講義資料 1998 年 9 月.

寺口政行 :「ロングショート運用とロングオンリー運用－空売り制約とリスクリターン・売買回転率について－」『証券アナリストジャーナル』、2003 年 11 月.